progetto

ArAI

Giancarlo Navarra - Maria Grazia Della Picca - Anna Traverso

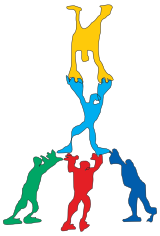
Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola primaria

CLASSE SECONDA E CLASSE TERZA



Sintab Edizioni

PERCORSI NELL'EARLY ALGEBRA



Proprietà letteraria riservata
© ® 2024 Sintab srl - Sulmona
Finito di stampare nel mese di novembre 2024
Printed in Italy

In copertina: Immagine elaborata da Gianpaolo Tronca e Emiliano Amicosante con Midjourney AI
Impaginazione: Emiliano Amicosante

Tutti i diritti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta della Sintab Edizioni.
Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comna 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% del presente volume/fascicolo, solo a seguito di specifica autorizzazione.

Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola primaria

CLASSE SECONDA E CLASSE TERZA

Sintab Edizioni

INDICE

PARTE I: PRIMA DI RICOMINCIARE

07 IL PERCORSO
- I.1 Continua il percorso nella prospettiva dell'early algebra
- I.2 I temi chiave
- I.3 I Capitoli

17 IL LINGUAGGIO
- I.4 Verbalizzazione e argomentazione dalla prima alla terza
- I.5 Verso una gestione autonoma delle argomentazioni
- I.6 Caratteri di una buona argomentazione
- I.7 Favorire una buona verbalizzazione: un episodio tratto dalla pratica d'aula
- I.8 Verso un uso consapevole dei connettivi
- I.9 Riflessioni sull'uso e sul significato del termine 'ogni'
- I.10 Brioshi, l'amico di penna algebrica

33 LA RELAZIONE MOLTIPLICATIVA
- I.11 L'approccio alla moltiplicazione e alla divisione: un confronto tra impostazione procedurale e impostazione relazionale

51 I MATERIALI, LA MANIPOLAZIONE
- I.12 Il passaggio dalla prima alla seconda classe
- I.13 I materiali

PER CONCLUDERE

57 I.14 Alcuni suggerimenti di metodo

PARTE II: IL PERCORSO

59 1 VERBALIZZARE, ARGOMENTARE
Pippo, Maraki e l'importanza del linguaggio naturale
- 1.1 Principali costrutti teorici sviluppati
- 1.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

71 2 TRADURRE
Dal linguaggio naturale al linguaggio matematico e viceversa
- 2.1 Principali costrutti teorici sviluppati
- 2.2 La traduzione, ponte verso il pensiero relazionale
- 2.3 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

92 3 IL NUMERO SCONOSCIUTO
Si esplora l'uso della lettera
3.1 Principali costrutti teorici sviluppati
3.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

116 4 NUMERI CHE NON È POSSIBILE DETERMINARE
Si amplia l'uso della lettera
4.1 Principali costrutti teorici sviluppati
4.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

141 5 ESPLORARE LA RELAZIONE MOLTIPLICATIVA
Intrecci fra moltiplicazione e divisione
5.1 Principali costrutti teorici sviluppati
5.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

176 6 RISOLVERE VS RAPPRESENTARE
Problemi ed equazioni per gioco
6.1 Principali costrutti teorici sviluppati
6.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

198 7 RICERCARE E INTERPRETARE REGOLARITÀ
Verso la generalizzazione
7.1 Principali costrutti teorici sviluppati
7.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

219 8 CONFRONTARE SENZA CALCOLARE
Riflettere sul significato delle scritture matematiche
8.1 Principali costrutti teorici sviluppati
8.2 Alcune note introduttive
8.3 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

243 GLOSSARIO ESSENZIALE

247 BIBLIOGRAFIA



Ogni volta che incontri questa icona all'interno del testo significa che sono disponibili contenuti multimediali. Torna qui, inquadra il QR Code e consulta i contenuti multimediali.

PARTE I: PRIMA DI RICOMINCIARE

Nota per il lettore. *Per rendere la lettura più agevole i testi e gli ambienti che vengono ripetutamente citati sono stati abbreviati con le sigle seguenti:*

Pubblicazioni

MPR-1 G. Navarra, M.G. Della Picca, A. Traverso (2023) *Matematica e pensiero relazionale: un percorso educativo per la scuola primaria. Classe prima.* Sintab Edizioni.

NAV G. Navarra. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante.* Utet Università.

Varie

C&B Cannucce & Bicchieri (Ambiente)

S&B Scatole & Biglie (Ambiente)

IL PERCORSO

I.1 Continua il percorso nella prospettiva dell'early algebra

In MPR-1 abbiamo visto come gli studenti della scuola secondaria incontrino difficoltà in algebra soprattutto a causa della scarsa capacità di attribuire significati agli oggetti matematici e di argomentare su di essi. Sin dagli anni '80 la ricerca ha aiutato a capire come *molte di tali difficoltà abbiano origine da un insegnamento dell'aritmetica nella scuola primaria attento soprattutto alle procedure e al rispetto delle regole e poco attento all'interpretazione e alla riflessione sui significati.*

I percorsi e le situazioni problematiche che proponiamo nei volumi MPR hanno l'obiettivo di *guidare i docenti verso un insegnamento profondamente diverso, centrato sulla differenza fra risolvere e rappresentare un problema*. Si sostituisce l'approccio *procedurale*, proiettato verso la ricerca dei calcoli, con uno *relazionale e linguistico*, centrato sull'osservazione globale di una situazione problematica al fine di rilevare i legami tra gli enti - noti e sconosciuti - e le relazioni che li collegano, e costruire una sua rappresentazione in linguaggio matematico (un'*equazione per gioco*). Per avviare tale impostazione è necessario che l'insegnante muti gradualmente la metodologia del lavoro in classe, promuovendo un contratto didattico che stimoli la *verbalizzazione* e *l'argomentazione*, sapendo che dovrà affrontare gli aspetti semantici e sintattici di molti linguaggi - naturale, simbolico, grafico, iconico, sagittale, tabulare - perché un apprendimento efficace dei concetti matematici poggia su una pluralità di sistemi semiotici. La prospettiva è quella dell'*early algebra*, verso la costruzione negli alunni di un bagaglio esperienziale che prepari le basi per lo studio dell'algebra nei suoi aspetti più formali, riducendo le difficoltà che essi incontreranno all'ingresso della scuola secondaria.

Il linguaggio naturale diventa il mediatore principale verso la conquista del linguaggio algebrico: questo comporta l'adozione come pratica abituale di una *didattica per problemi* che fondi la costruzione delle competenze sull'esplorazione di situazioni problematiche significative e sull'argomentazione e favorisca il *pensiero metacognitivo* e la *funzione metalinguistica*. In questa prospettiva, volendo promuovere non solo contenuti specifici (operazioni, proprietà, frazioni, ...), ma soprattutto *la riflessione sulle conoscenze e sui linguaggi*, è difficile fissare confini rigidi sia all'esplorazione delle situazioni problematiche che alla loro rappresentazione in linguaggio matematico. In altre parole: una stessa situazione può essere gestita a livelli molto diversi, a seconda dell'esperienza del docente nell'ambito dell'early algebra, dell'età e delle conoscenze degli alunni, della fisionomia della classe. Questo volume è dedicato quindi sia alla seconda che alla terza, per suggerire le possibilità di un uso molto ampio e diversificato dei temi e dei problemi, che potranno essere affrontati in tempi successivi e con modalità differenti. Sarà l'insegnante a decidere di volta in volta sino a che livello può spingersi e quando è opportuno interrompersi, per recuperare in seguito, nello stesso anno o in quello successivo, spunti per chiarimenti, espansioni, approfondimenti, argomentazioni più evolute.

La costruzione di questo percorso educativo fa riferimento alle competenze-chiave europee (Competenza matematica, Imparare a imparare, Competenze sociali e civiche) e alle Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, in particolare ai Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria sia per la lingua italiana sia per la matematica, a *conferma che un'educazione al pensiero relazionale può offrire grandi opportunità di interazione fra gli insegnanti delle due discipline*.

I.2 I temi chiave

Si rimanda, per un'introduzione ai temi chiave, al corrispondente capitolo di MPR-1; per gli approfondimenti e gli ampliamenti si invita ad appoggiarsi a G. Navarra (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante*. Collana Nuove Convergenze. Utet Università. (d'ora in poi NAV). Qui ci limitiamo a ricordare i tre nodi fondativi per l'avvio al pensiero pre-algebrico:

a. Il significato relazionale del segno uguale: non più operatore direzionale che 'prepara al risultato', ma *indicatore di uguaglianza (simmetrica)* fra due rappresentazioni formalmente differenti dello stesso numero.

b. Le diverse rappresentazioni di un numero: un numero è esprimibile in linguaggio matematico in infiniti modi, attraverso la *rappresentazione canonica* (ad es: 5, rappresentazione del numero come *prodotto*) e le sue *rappresentazioni non canoniche* (ad es: 4+1, rappresentazione del numero come *processo*).

c. L'approccio al numero sconosciuto: l'attenzione si sposta dall'operazione fra due

numeri conosciuti (per es. 5×4) alla rappresentazione della *relazione* (in questo caso moltiplicativa) *fra due numeri, indipendentemente dal fatto che essi siano conosciuti o no* (per es. 5×★).

A questi temi chiave se ne affiancano altri, che si intrecceranno nei capitoli successivi e saranno introdotti nel prossimo I.3.

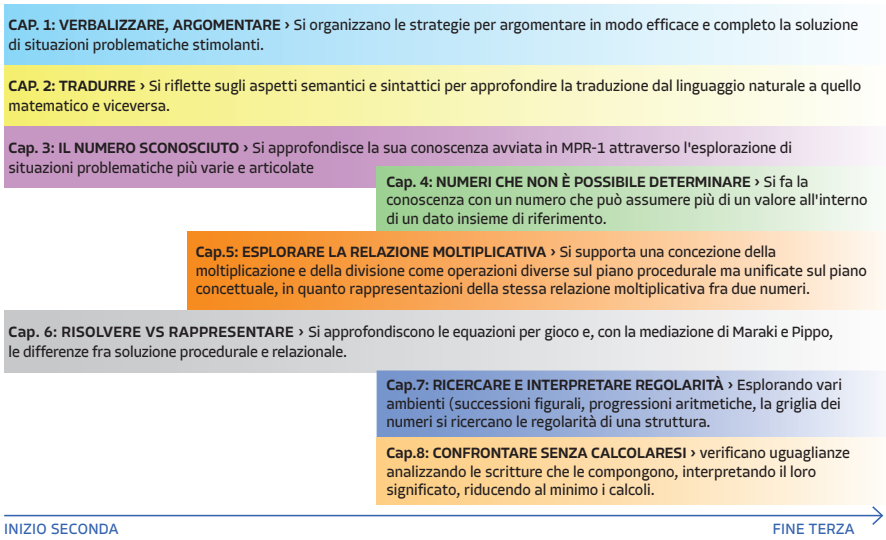
I.3 I capitoli

Il percorso, di cui diamo una sequenza cronologica indicativa (v. prospetto sottostante), si sviluppa attraverso otto capitoli che sono in parte prosecuzione di ambienti avviati in prima e in parte nuovi, e sono tutti destinati a svilupparsi anche negli anni successivi.

L'insegnante, compatibilmente con la sua personale esperienza:

- se ha già avviato un'attività in prima utilizzando MPR-1 può proseguire con le attività proposte in MPR-2/3;
- se intraprende il percorso dalla seconda può scegliere, inizialmente, alcune proposte di MPR-1 per affrontare i temi chiave e poi proseguire con MPR-2/3; trarrà spunto dalle situazioni problematiche illustrate nei capitoli per costruirne altre simili.

In molte occasioni l'insegnante può ritenere che il modo in cui sono formulati i testi delle situazioni problematiche, le consegne o le ipotetiche argomentazioni si riferiscano ad un linguaggio di registro troppo *alto* sia nella strutturazione delle frasi che nell'uso di termini come 'rappresentare, 'tradurre', 'doppio' o 'alcuni'. Può naturalmente adattarlo al livello delle competenze della classe, ma è invitato a non abbassarlo eccessivamente: lo adegui pure, ma rimanga comunque *ragionevolmente esigente*.



La sequenza cronologica delle attività

1. VERBALIZZARE, ARGOMENTARE

[Collegamenti con: MPR-1, I.6: *L'avvio alla verbalizzazione e all'argomentazione*]



Il capitolo sviluppa l'importanza della *verbalizzazione* e dell'*argomentazione* nella costruzione delle competenze in ambito matematico. Si esplora un ambiente i cui protagonisti, che gli alunni conoscono già dalla prima - la scimmietta Maraki e l'orsetto Pippo - si propongono vicendevolmente delle situazioni (giochi, problemi, sfide) che hanno al centro il classico dado numerato da 1 a 6.

Gli alunni, nell'esplorare le situazioni problematiche, mettono in gioco lo spirito di osservazione, l'intuizione, la creatività, esprimono le loro capacità interpretative, si misurano con competenze acquisite in prima in ambienti anche molto distanti da questo, come quello di Cannucce & Bicchieri (d'ora in poi C&B), costruiscono piccole rappresentazioni di supporto in linguaggio matematico. In ogni caso si trovano di fronte al momento della *sintesi linguistica delle loro fatiche* e costruiscono argomentazioni che dovranno essere le più chiare e trasparenti possibile perché verranno condivise con i compagni, che avranno il compito non solo di capire la strategia seguita dagli autori ma anche di cercare, se necessario con il supporto dell'insegnante, di confrontare quella strategia con la loro e valutare la qualità di entrambe. Le attività possono essere svolte individualmente e/o in piccoli gruppi.

2. TRADURRE

[Collegamenti con: MPR-1, I.8: *Brioshi* e II.8: *Tradurre*]

Il percorso si svilupperà in due ambienti: il primo riguarda gli scambi con Brioshi, l'amico di penna familiare alla classe dall'anno precedente, presente in quasi tutte le consegne che riguardano la rappresentazione in linguaggio matematico di una situazione problematica.

Il secondo ambiente riguarda il gioco della Matematòca, un'elaborazione del Gioco dell'Oca organizzato in due versioni: l'aritmetica e l'algebrica (la differenza tra le versioni è illustrata più avanti, al punto I.13, I Materiali, pag. 53) ad esempio:

La differenza fra il punteggio del dado e 0	Aumenta di 2 il punteggio del dado	d-0	d+2

Le tessere della Matematòca aritmetica (quelle colorate che verranno proposte nel capitolo) contengono frasi, procedurali o relazionali, che gli alunni dovranno interpretare e tradurre; quelle della Matematòca algebrica (le bianche) contengono frasi scritte in linguaggio matematico, a loro volta da interpretare e da tradurre. Quando (e se) l'insegnante lo riterrà, potrà avviare il gioco vero e proprio in cui l'interpretazione delle tessere e il lancio di un dado permetteranno ai partecipanti di spostarsi da una casella all'altra del percorso. I lettori che abbiano familiarità con MPR-1 riconosceranno in questo gioco l'evoluzione della Matematochetta.

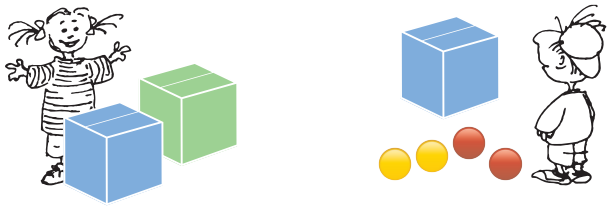
3. IL NUMERO SCONOSCIUTO

[Collegamenti con: MPR-1, I.8: *Brioshi* e II.6: *Esplorare le 'equazioni per gioco'*]

Questo tema è stato sviluppato in tutti i capitoli di MPR-1, utilizzando una grande varietà di metafore: uno scottex che avvolge delle cannucce impedendo di contarle, un simbolo scelto dagli alunni che sta per un numero sconosciuto di perle portate dalla fatina, una macchia sopra un numero, una scatola chiusa che non permette di vedere il numero delle biglie contenute e così via.

Il percorso inizia proponendo situazioni problematiche in questi stessi ambienti, anche in forma di SFIDE. Si aprono poi nuovi orizzonti presentando:

- problemi in ambienti di cui si è già avviata l'esplorazione in prima (l'esempio riguarda 'Scatole & Biglie', d'ora in poi S&B);
  ad es: *Rappresenta per Brioshi la situazione che compare nella figura*:



- problemi in contesti reali;
  ad es: Rappresenta per Brioshi:
  - *Sul tavolo sono appoggiati dei vasetti di marmellata. La mamma ne aggiunge altri sei.*
  - *Nove è il quoziente fra un numero sconosciuto di figurine e due.*

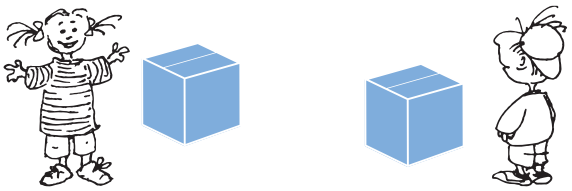
- problemi in un contesto aritmetico:
  ad es: Rappresenta in linguaggio matematico:
  - *Dieci non è uguale alla somma tra cinque e un numero che non si conosce.*
  - *Il doppio di un numero che non si conosce è uguale a otto.*

4. NUMERI CHE NON È POSSIBILE DETERMINARE

[Collegamenti con: MPR-1, I.8: *Brioshi* e II.6: *Esplorare le 'equazioni per gioco'*]

Gli alunni hanno incontrato il numero sconosciuto e la sua rappresentazione, ora incontreranno qualcosa di nuovo: un numero che impareranno un po' alla volta a conoscere come numero *che 'non possiamo né vedere né sapere', che 'non si può stabilire', che 'è un numero qualsiasi'.*

In una prima fase il significato dominante che si costruisce è quello di numero *generico* - più intuitivo da cogliere per alunni della seconda primaria. Nel caso di S&B, che costituirà uno degli ambienti nei quali si svilupperà il percorso, il numero che può assumere valori diversi è quello degli oggetti presenti in una o più scatole di Marta e Bibo; ad esempio:



Per la prima regola le due collezioni sono uguali; per la seconda le due scatole, avendo lo stesso colore, contengono lo stesso numero di biglie. Gli alunni esplorano la situazione, individualmente o collettivamente, e capiscono che il numero di biglie nelle scatole sarà lo stesso ma non si può stabilire: varia da zero (le scatole possono anche essere vuote) ad un astratto numero infinitamente grande.

Nel concetto di numero *generico il focus è sul numero* (i bambini possono scegliere arbitrariamente numeri qualsiasi) perché una situazione problematica come questa non pone alcun vincolo nella scelta del numero.

Nel concetto di numero *variabile, invece, il focus è sull'insieme cui appartiene un certo numero*, che definisce i valori che esso può assumere. Ad esempio: in un gioco che comporta l'uso di due dadi i valori entro i quali può variare la somma dei due punteggi sono undici, da 2 a 12.

Immaginiamo una situazione di questo tipo:

> Rino e Federica giocano a chi fa il punteggio più alto lanciando due dadi.
> Rino lancia i dadi e ottiene un punteggio di 7. Federica li lancia a sua volta ma non li mostra e dice "Ho fatto un punteggio più basso del tuo".
> Spiega che punteggio può aver fatto Federica.

Il punteggio di Federica non si può sapere, ma si sa che è compreso fra 2 (1+1) e 6 (ottenibile in più modi: 1+5, 2+4, 3+3). Situazioni problematiche di questo tipo sono importanti anche perché non pongono gli alunni di fronte ad un'unica soluzione, come avviene nei problemi verbali standard, ma ad una pluralità di soluzioni che essi imparano ad esplorare in modo ordinato.

9. Pippo e Maraki giocano a dadi, Pippo ha già lanciato il suo e ha ottenuto il punteggio 4. Maraki pensa a quali punteggi del dado gli permetterebbero di battere Pippo.

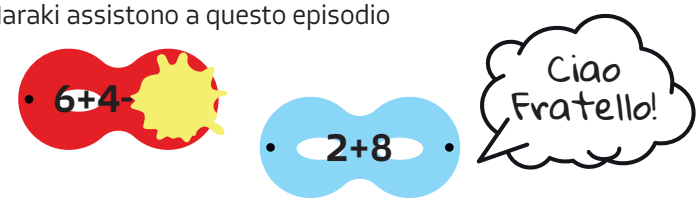


L'insegnante può guidare verso un'argomentazione che contenga dei connettivi; ad esempio:

- *"Siccome il dado ha come punteggio massimo 6, allora i punteggi che permettono a Maraki di battere Pippo sono il 5 o il 6".*
- *"Solo se il dado dà un punteggio maggiore di 4, allora Maraki può battere Pippo."*

Si può anche seguire la strategia suggerita nel problema 6 e rappresentare con una tabella come cambia la situazione al variare dei sei possibili punteggi di Maraki.

10. Pippo e Maraki assistono a questo episodio



Maraki non sa cosa pensare: "Sarà vero che il numero proprietario di quella mascherina macchiata è il fratello di 2+8"?
"Potrebbe essere" risponde Pippo "Ma c'è una condizione".

L'insegnante deve chiarire con gli alunni il significato di 'condizione' o di una parola simile. Può chiedere "Qual è la condizione a cui si riferisce Pippo?" mirando ad ottenere risposte di questo tipo: "Pippo vuol dire che le due mascherine possono appartenere a numeri fratelli a patto (a condizione, nel caso che) che sotto la macchia ci sia il numero zero, perché 2+8 è uguale a 10, ma anche 6+4 è uguale a 10 e solo sottraendo 0 a 6+4 la differenza è uguale a 10".
Rispondendo alla domanda di Maraki, Pippo potrebbe dire: "Solo se sotto la macchia ci fosse il numero 0, allora i numeri proprietari delle due mascherine sarebbero fratelli".
Come già abbiamo avuto modo di dire, argomentazioni di questo tipo sono difficili da elaborare singolarmente per alunni ancora molto giovani, possono quindi essere costruite con l'apporto di più interventi o affrontati in classe terza.
Una volta ottenuta una buona verbalizzazione collettiva (è l'insegnante che lo decide) è opportuno chiedere ad un singolo alunno di organizzare una spiegazione a beneficio di tutta la classe.

5. La situazione viene costruita su due banchi: a sinistra ci sono tre vassoi con 5, 3, 2 oggetti (mele, arance, palline, ...), a destra c'è un vassoio con nove oggetti uguali:



Si chiede di confrontare i numeri degli oggetti e di verbalizzare il confronto.

Ad esempio:

"Il numero di mele che stanno nel vassoio del banco a destra è minore del numero di mele che stanno nei tre vassoi del banco a sinistra".

Oppure:

"Nove è minore della somma fra cinque, tre e due".

Questa scrittura conduce alla rappresentazione in linguaggio matematico:

$9<5+3+2$

Va favorita una lettura della frase in entrambi i versi:

"Nove è minore della somma fra cinque, tre e due"

"La somma fra cinque, tre e due è maggiore di nove".

Sarà importante sviluppare lo stesso percorso iniziando dal banco di sinistra.

4. Si abbandona la fase della manipolazione, rimanendo tuttavia nell'ambito di situazioni reali di cui gli alunni possano avere esperienza o conoscenza.

6. Rappresenta in linguaggio matematico la relazione fra:

Il numero delle zampe di due ragni

e

il numero delle zampe di tre farfalle

Le rappresentazioni possono essere additive o moltiplicative:

$8+8<6+6+6$ o $16<18$ o $2\times8<3\times6$

Gli alunni argomentano le scritture usando termini specifici, ad esempio:

"La somma di due 8 è minore della somma di tre 6"

"16 è minore di 18" oppure "18 è maggiore di 16"

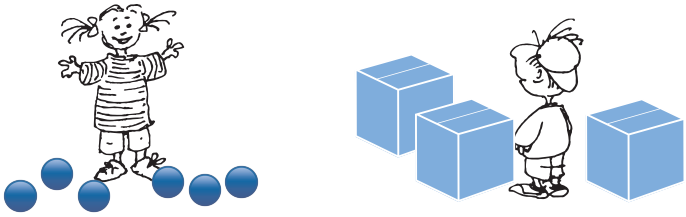
"Il prodotto fra 2 e 8 è minore del prodotto fra 3 e 6"

In merito all'ultima frase l'insegnante potrebbe guidare verso una parafrasi del genere:

"Il doppio di 8 è minore del triplo di 6"

Una competenza linguistica di questo tipo va costruita, naturalmente, attraverso esperienze con oggetti concreti, riflessioni, verbalizzazioni, confronti tra frasi. Qualsiasi frase può essere costruita anche collettivamente, attraverso un collage di interventi, ma alla fine, come si è detto in più occasioni, gli alunni devono condividere un contratto didattico secondo cui uno di loro si assume la responsabilità di organizzare, da solo, la frase completa.

29. L'insegnante presenta la seguente situazione:



(A) Descrivi quello che vedi.
(B) Spiega come determini il numero delle biglie in ognuna delle scatole utilizzando le regole del gioco.
(C) Descrivi la situazione con una frase che inizi con le parole 'Il numero delle biglie... '.
(D) Traduci per Brioshi la frase (C).

(A) "Marta ha sei biglie e Bibo ha tre scatole celesti".
(B) "La regola dice che il numero delle biglie delle due collezioni è sempre uguale, quindi nelle scatole di Bibo ci saranno in tutto sei biglie. Siccome le scatole sono uguali in ognuna ci sarà lo stesso numero di biglie. Per trovare quante biglie ci sono in una scatola bisogna dividere sei per tre".
(C) "Il numero delle biglie di Marta è uguale al numero delle biglie nelle tre scatole di Bibo".
L'insegnante può invitare a definire in un modo più preciso sul piano matematico il numero delle biglie nelle tre scatole uguali di Bibo; può pervenire a queste due frasi:

"Il numero delle biglie di Marta è uguale alla somma tra il numero delle biglie nelle tre scatole uguali di Bibo"

oppure:

"Il numero delle biglie di Marta è uguale al triplo del numero delle biglie in ognuna delle scatole uguali di Bibo"

(D)
6 = numero delle biglie di Marta
c = numero di biglie in ogni scatola di Bibo

$6=c+c+c$ $\qquad$ $6=3\times c$

La consegna (D) chiede di tradurre, cioè di rappresentare. L'insegnante può fermarsi qui. Per guidare la classe all'individuazione del numero di biglie in una scatola, può fare riferimento a Cap. 6, SM-e. Anticipiamo che in MPR-4/5 illustreremo una strategia (le Scene Dinamiche) che accompagnerà gli alunni a risolvere le frasi come 6=3×c non più attraverso semplici calcoli, ma trattandole come equazioni per gioco.
Se gli alunni hanno già una discreta padronanza della relazione moltiplicativa e delle sue rappresentazioni potrebbero produrre una frase di questo tipo:

"Il numero delle biglie in ognuna delle scatole di Bibo è uguale al quoziente tra il numero di tutte le biglie e il numero delle scatole.

e tradurla come:

$b=6:3$

7. Viviana ha fatto i primi 43 gradini della scala di un campanile. Non sa quanti gliene mancano ancora per arrivare in cima, ma sa che sono molti di più di quelli che ha fatto sinora.
(A) Spiega quali sono i numeri del problema.
(B) Spiega qual è la relazione fra il numero di gradini che ha fatto sinora e il numero di gradini che deve ancora salire.
(C) Rappresenta questa relazione in linguaggio matematico.

(A) I numeri sono quello dei gradini che Viviana ha fatto sinora e il numero di gradini che deve ancora salire. Potrebbe accadere che qualche alunno osservasse che c'è anche un altro numero di cui non si parla nel testo, e cioè quello dei gradini del campanile. Dedichiamo al punto (E) un ampio spazio agli importanti scenari che potrebbero aprirsi per l'insegnante.
(B) il numero di gradini che ha fatto sinora è minore del numero di gradini ancora da fare.
(C) Gli alunni scrivono (43 = numero dei gradini fatti, s = numero dei gradini da fare):

$$43<s$$

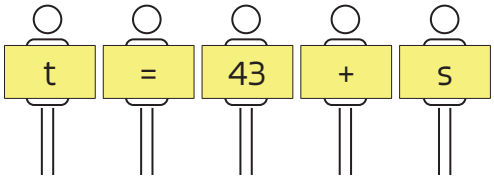
Un passaggio successivo può essere proposto se si ritiene che la classe - o una parte consistente di essa - sia pronta per affrontarlo. L'insegnante può aggiungere altre due consegne:
(D) Spiega a cos'è uguale il numero totale dei gradini del campanile.
(E) Rappresenta questa relazione in linguaggio matematico.
Gli alunni potrebbero scrivere:
(D)

il numero totale dei gradini è uguale alla somma fra
il numero dei gradini che Viviana ha fatto sinora e
il numero di quelli che deve ancora salire.

(E) È necessario introdurre una seconda variabile: il numero totale dei gradini, che dipende dall'altezza del campanile (che Viviana non conosce); si aggiunge quindi una seconda lettera: t = numero totale dei gradini.

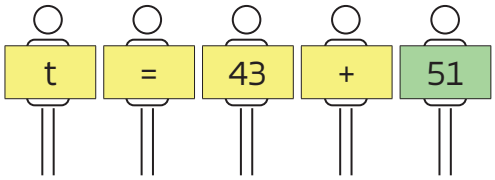
$$t=43+s$$

Si può avviare poi un gioco delle ipotesi per avvicinare gli alunni all'idea di sostituire una lettera con un numero (che in anni successivi impareranno a conoscere come variabile 'indipendente'). Per fare questo, l'insegnante può appoggiarsi ad un'attività basata su cartellini, assegnati agli alunni, che ricostruiscono la scrittura precedente:



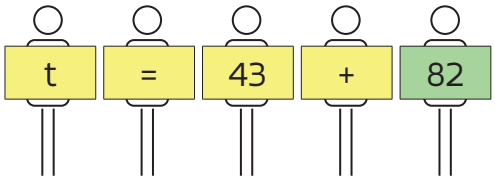
Si pone una prima domanda, per esempio:

- *"Quanti gradini avrebbe il campanile se Viviana dovesse salire ancora 51 gradini?"*
  Un opportuno cambio dell'ultimo cartellino aiuta a giungere ad una nuova rappresentazione:



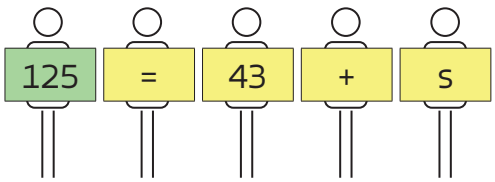
t=43+51=94

- *"Quanti gradini avrebbe il campanile se Viviana avesse da fare ancora 82 gradini?"*
  Bisogna sostituire nuovamente l'ultimo cartellino:



t=43+82=125

- *"Quanti gradini dovrebbe ancora fare Viviana se il campanile avesse in tutto 125 gradini?"*
  Gli alunni questa volta devono sostituire il primo cartellino a sinistra.



125=43+s