progetto

ArAl

Giancarlo Navarra · Maria Grazia Della Picca · Anna Traverso

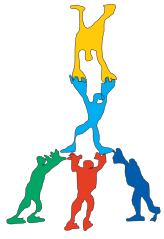
Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola primaria

CLASSE PRIMA



Sintab Edizioni

PERCORSI NELL'EARLY ALGEBRA



Proprietà letteraria riservata
© ® 2023 Sintab srl - Sulmona
Finito di stampare nel mese di giugno 2023
Printed in Italy

In copertina: Immagine elaborata da Gianpaolo Tronca e Emiliano Amicosante con Midjourney AI
Impaginazione: Emiliano Amicosante

Tutti i diriti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta della Sintab Edizioni.
Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, comna 4, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% del presente volume/fascicolo, solo a seguito di specifica autorizzazione.

Matematica e pensiero relazionale:
un percorso educativo per la scuola primaria

CLASSE PRIMA

Sintab Edizioni

INDICE

PARTE I: PRIMA DI COMINCIARE

07 IL PERCORSO
- I.1 Un percorso nella prospettiva dell'early algebra
- I.2 I temi chiave
- I.3 Gli ambienti

20 LA MANIPOLAZIONE, I MATERIALI
- I.4 Le 'mani in pasta' nella matematica: l'importanza della manipolazione
- I.5 I materiali

29 IL LINGUAGGIO
- I.6 L'avvio alla verbalizzazione e all'argomentazione
- I.7 Uno strumento per supportare la verbalizzazione e l'argomentazione: la 'sceneggiatura iconica'
- I.8 Brioshi, l'amico di penna algebrica

42 PER CONCLUDERE
- I.9 Alcuni suggerimenti di metodo

PARTE II: IL PERCORSO

44 1 RICERCARE REGOLARITÀ
Qual è il colore della sedia?
- 1.1 Principali costrutti teorici sviluppati
- 1.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche
- 1.3 Attività da affiancare al percorso

59 2 RAPPRESENTARE NUMERI E RELAZIONI FRA NUMERI
Cannucce & Bicchieri
- 2.1 Principali costrutti teorici sviluppati
- 2.2 Cannucce & Bicchieri per un insegnamento relazionale
- 2.3 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

77 3 AGGIUNGERE E TOGLIERE QUANTITÀ
Il Gioco della Matematochetta
- 3.1 Principali costrutti teorici sviluppati
- 3.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

95 4 CONFRONTARE RAPPRESENTAZIONI
Il gioco delle Mascherine
4.1 Principali costrutti teorici sviluppati
4.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

110 5 VERSO LE 'EQUAZIONI PER GIOCO'
Le minipiramidi
5.1 Principali costrutti teorici sviluppati
5.2 Lo stato dell'arte: il punto di vista procedurale
5.3 La prospettiva: verso il punto di vista relazionale
5.4 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

123 6 ESPLORARE LE 'EQUAZIONI PER GIOCO'
Scatole & Biglie
6.1 Principali costrutti teorici sviluppati
6.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

137 7 PROBLEMI ED 'EQUAZIONI PER GIOCO'
Trasformare problemi standard in non-standard
7.1 Principali costrutti teorici sviluppati
7.2 Il percorso attraverso l'esplorazione di situazioni problematiche

147 8 TRADURRE
Dal linguaggio naturale al matematico e viceversa
8.1 Principali costrutti teorici sviluppati
8.2 Competenze poco frequentate
8.3 Analogie fra linguaggi
8.4 Le fasi

156 GLOSSARIO ESSENZIALE

160 BIBLIOGRAFIA

Ogni volta che incontri questa icona all'interno del testo significa che sono disponibili contenuti multimediali. Torna qui, inquadra il QR Code e consulta i contenuti multimediali.

PARTE I: PRIMA DI COMINCIARE

IL PERCORSO

I.1 Un percorso nella prospettiva dell'early algebra

Uno dei problemi più sentiti dagli insegnanti nel passaggio dalla scuola secondaria di primo a quella di secondo grado riguarda gli ostacoli che gli studenti incontrano nell'approccio all'algebra, soprattutto a causa delle loro difficoltà nell'attribuire agli oggetti matematici dei significati che, sin dalla scuola primaria, vengono trascurati da una didattica che li presenta prevalentemente come 'meccanismi' da imparare senza porli in discussione.

Questo comporta negli studenti disaffezione e distacco verso la disciplina e, di riflesso negli insegnanti, frustrazione e senso di impotenza. Sin dagli anni '80 la ricerca ha messo in luce come molte di tali difficoltà abbiano radici nell'insegnamento dell'aritmetica nella scuola primaria, rivolto prevalentemente al calcolo finalizzato alla ricerca del risultato, e ha posto il problema della *necessità di una sua rivisitazione in chiave pre-algebrica centrata sull'attenzione ai processi come antidoto al tecnicismo.*

Si è sviluppata quindi una crescente attenzione verso la scuola primaria che ha portato all'affermarsi dell'*early algebra*, area d'insegnamento che appare oggi nei programmi di paesi quali l'Inghilterra e gli Stati Uniti. In essa si sostiene che i principali ostacoli cognitivi nell'apprendimento dell'algebra nascono in modi spesso insospettabili in contesti aritmetici e possono generare in seguito difficoltà concettuali anche insormontabili allo sviluppo del pensiero algebrico. Per quanto riguarda l'Italia, questa visione si deve confrontare con la realtà di una scuola dotata di una impostazione generalmente trasmissiva.

L'obiettivo che si pone il Progetto ArAl è quindi quello di favorire un mutamento graduale della metodologia del lavoro in classe, attraverso l'assunzione da parte dell'insegnante del punto di vista della matematica come linguaggio, dotato di una sua semantica e di una sua sintassi, che fornisce competenze e strumenti per la costruzione concettuale, la deduzione logica, lo sviluppo dello spirito critico.

Tali competenze e tali strumenti non sono conquistabili attraverso la consueta didattica dell'aritmetica e dell'algebra perché essa non li pone fra i suoi obiettivi educativi. La traccia che proponiamo offre al docente una vasta gamma di ambienti all'interno dei quali si possono trovare indicazioni metodologiche e situazioni problematiche che favoriscono un cambio di prospettiva e accompagnano con gradualità *il passaggio da un insegnamento procedurale a un insegnamento relazionale dell'aritmetica*. In questo senso l'insegnante sarà guidato a operare in piena sintonia con le Indicazioni Nazionali dove si introduce il concetto di laboratorio:

> 'In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento

in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contesti diversi'. (p.49)

Mentre l'insegnamento *procedurale* è impostato soprattutto sul saper *fare*, un insegnamento *relazionale* è proiettato verso la maturazione di capacità come: riflettere sulle scritture matematiche in quanto *espressioni di un linguaggio* e quindi interpretarle; confrontarle rilevando analogie o differenze nella loro struttura; tradurle in altri linguaggi imparando ad appoggiarsi al linguaggio naturale come mediatore semantico verso la loro comprensione; manipolarle in modo consapevole. In questa prospettiva si consolida l'importanza di modelli di sviluppo concettuale di tipo *socio-costruttivo*, in cui si enfatizza l'influenza dell'ambiente-classe sull'apprendimento e l'importanza dei ruoli dell'insegnante nel potenziare la capacità di comunicare e di discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri. Anche dal punto di vista del linguaggio, il percorso che proponiamo fa sue alcune importanti affermazioni delle Indicazioni Nazionali:

'La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che *comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico*.' (p.49, corsivo nostro)

In questa costruzione del pensiero matematico l''early algebra' va vista come 'algebra degli inizi' o, ancora meglio, come 'prima algebra', finalizzata a costruire negli alunni giovani un bagaglio esperienziale che prepari le basi per lo studio dell'algebra nei suoi aspetti più formali, riducendo le difficoltà che si incontrano all'ingresso della scuola secondaria di secondo grado. Fondendo le frasi di due dei fondatori dell'early algebra, David Carraher e Carolyn Kieran, si può costruire quello che potrebbe suonare come il manifesto di questa nuova disciplina:

'Early algebra is not the same as Algebra Early', ossia: 'Prima algebra non significa iniziare prima l'algebra'. Early algebra significa *scoprire il volto algebrico di ciò che viene visto, normalmente, 'solo' come aritmetica*.'

Promuovere l'uso del linguaggio naturale come mediatore nella scoperta del linguaggio algebrico comporta una scelta importante: *adottare come pratica abituale una didattica per problemi,* basata su situazioni varie e articolate suscettibili di rappresentazioni, interpretazioni, confronti stimolanti, che favorisca il pensiero metacognitivo e la funzione metalinguistica. Indichiamo questo processo con una metafora che accosta le modalità dell'apprendimento del linguaggio algebrico a quelle del linguaggio naturale: il

balbettio algebrico. Anche in questo ambito l'insegnante lavorerà in piena sintonia con le Indicazioni Nazionali:

> 'Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative [...] e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. [...] Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.' (p.49)

Poco più avanti, sempre nelle Indicazioni, si esalta l'importanza della *rappresentazione* collegata ai problemi:

> '[L'alunno] riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. [...] Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici. [...] Classifica numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini. [...] Legge e rappresenta relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle'. (p.50)

In conclusione: il percorso che si propone non va inteso come successione di spunti operativi da sviluppare episodicamente, ma *intende accompagnare il docente in modo continuativo verso una rilettura profonda di conoscenze, convinzioni, abitudini che lo porti a maturare un rinnovamento della sua didattica*.

Aggiungiamo che seguire questo percorso non significa che l'insegnante rinunci a utilizzare spunti o materiali diversi che può incontrare partecipando a corsi di formazione o convegni oppure esplorando internet. L'unica condizione è *che tali spunti non confliggano con il pensiero relazionale*, come ad esempio le attività ripetitive o basate prevalentemente sugli aspetti mnemonici e sui risultati, la sottovalutazione dell'importanza del linguaggio, una manipolazione di materiali pur accattivante ma fine a se stessa, la mancanza di aperture verso possibili generalizzazioni.

L'obiettivo di costruire alunni *relazionali* - anche giovanissimi - attenti a cogliere i processi che stanno alla base dei prodotti e ad *argomentarli*, comporta che gli insegnanti stessi siano a loro volta *relazionali*.

Se si desidera formare alunni *metacognitivi,* è necessario che gli insegnanti imparino a essere, a loro volta, insegnanti *metacognitivi*.

I.2 I temi chiave

Nel definire i temi chiave si farà costante riferimento al libro Navarra G. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante*. Collana Nuove Convergenze. Utet Università. Milano.[1] Possiamo immaginarli collegati idealmente nel formare una sorta di piramide (v. figura) in cui i temi *metodologici*, *psicologici* e *sociali* rappresentano il supporto allo sviluppo della componente *linguistica* che, a sua volta, sostiene la formazione delle competenze *matematiche*:



Come abbiamo già scritto, in contrapposizione con la convinzione che l'algebra 'vera' si cominci ad insegnare in terza secondaria, si sostiene l'idea che ***l'avvio al pensiero pre-algebrico*** possa essere affrontato dall'inizio della scuola primaria, con anticipazioni importanti alla scuola dell'infanzia. Per poter avviare la costruzione di competenze significative in ambito aritmetico-algebrico in una prospettiva relazionale è necessario che l'insegnante maturi una conoscenza sempre più approfondita degli aspetti teorici del progetto (l'omino rosso), che curi l'organizzazione dell'intelligenza sociale della classe affinché questa sia pronta ad accogliere le sue proposte (l'omino blu), che favorisca la costruzione sociale della conoscenza da parte degli alunni (l'omino verde). Queste basi creeranno le condizioni affinché il linguaggio naturale, attraverso la verbalizzazione, l'argomentazione, la discussione, la riflessione collettiva (l'omino celeste) possa svolgere un ruolo decisivo nella costruzione delle competenze matematiche (l'omino giallo).

Le numerose attività che proponiamo favoriranno lo sviluppo di competenze a livello *metacognitivo* (promuoveranno la riflessione sulle conoscenze) e *metalinguistico* (svilupperanno la riflessione sui linguaggi). Si basano su una concezione del linguaggio matematico come *strumento per la comunicazione*. Il destinatario di questa comunicazione sarà Brioshi, *l'amico di penna algebrica,* (metafora alla quale è stato dedicato

1 D'ora in poi NAV seguito dal numero della Parte e da quello dei capitoli.

2 I termini sottolineati che compaiono nel testo che segue fanno riferimento al Glossario presente alla fine di questo libro. I termini in corsivo non sono presenti nel Glossario ma verranno ampiamente approfonditi nel corso dei prossimi capitoli.

il paragrafo I.8). Alla base dello scambio di messaggi con lui vi è la condizione che essi siano comprensibili sul piano semantico e ben costruiti sul piano sintattico. Questo significherà potenziare le competenze sia nel *produrli* che nell'*interpretarli*.

Il percorso si sviluppa attraverso l'esplorazione laboratoriale di ambienti che sono il frutto di una strettissima collaborazione pluriennale fra insegnanti e ricercatori del progetto ArAl, con *l'obiettivo di favorire lo sviluppo in una prospettiva pre-algebrica delle competenze previste dalle Indicazioni Nazionali per una prima primaria*. Si sviluppa quindi attraverso l'intreccio costante fra:

> i traguardi per lo sviluppo delle competenze,
> gli obiettivi di apprendimento previsti a livello istituzionale,
> i panorami diversi aperti da un quadro teorico molto ampio - l'Early Algebra - e da una didattica innovativa nell'ambito dell'aritmetica e dell'algebra.

Inizia sì in ambito aritmetico ma esalta la centralità del linguaggio naturale sia nei suoi aspetti *strutturali* (sintattici, semantici) che *sociali* (il gattonamento espressivo, la verbalizzazione, l'argomentazione, la discussione in classe sui temi matematici).

Inoltre, se è vero che il libro si concentra sullo sviluppo del pensiero relazionale nell'ambito dell'aritmetica e dell'algebra, va sottolineato che un'analoga impostazione, tesa ad un rinnovamento della didattica disciplinare, può estendersi a qualsiasi ambito, dalla matematica alle scienze, dalla storia alla geografia. Intendiamo dire che cambiano l'abito mentale dell'insegnante, le sue concezioni nei confronti della disciplina e le sue scelte didattiche, che lo porteranno a dare spazio a quelle che promuovono le discussioni e le riflessioni collettive, che ampliano lo studio di situazioni locali nella direzione della generalizzazione, che favoriscono lo sviluppo del pensiero metacognitivo.

Fra i temi chiave che svilupperemo lungo il percorso tre possono essere considerati *nodi fondativi per l'avvio al pensiero pre-algebrico*:

a. il significato relazionale del segno uguale,

b. le diverse rappresentazioni di un numero,

c. l'approccio numero sconosciuto.

(a) Il significato relazionale del segno uguale

Nella concezione consueta, a sinistra e a destra dell'uguale vi sono entità *diverse*: a sinistra un'operazione (ad es. 5+4), a destra un risultato (9); l'uguale possiede, in questa prospettiva, un significato spazio-temporale: prima, a sinistra, svolgo un'operazione, poi, a destra, scrivo il risultato. È l'indicatore che 5+4 **fa** 9. È per questa ragione che alunni di prima o seconda dicono che 9=5+4 'non va bene', che è scritta 'al contrario'. Che senso ha un risultato a sinistra dell'operazione? Allo stesso modo l'invito a scrivere '11 meno 3' porta non a '11-3', ma a '11-3=' o a '11-3=8': 'bisogna' mettere l'uguale. '5+4' o '11-3' sono *storie*, e ogni storia ha un finale. Questo atteggiamento è chiamato

'sindrome da mancanza di risultato', 'ansia di chiusura'. Nel Progetto ArAl parliamo di 'bisogno di conclusione'.

Ma quando gli alunni arrivano all'algebra e si confrontano con una scrittura come 5x+12=3x+24 **tutto** cambia: l'atteggiamento abituale del 'faccio a sinistra' e 'vien fuori a destra' perde improvvisamente significato. 5x+12 'non fa' 3x+24, vi è la simmetria dell'uguaglianza, per cui si può scrivere sia 5x+12=3x+24 che 3x+24=5x+12. Una rivoluzione copernicana. Il segno uguale non è più l'*operatore direzionale* che 'prepara al risultato': diventa *indicatore di uguaglianza* (simmetrica): assume un significato relazionale.

Ma è un'uguaglianza *fra cosa*?

Per rispondere è necessario affrontare il secondo nodo fondativo.

(b) Le diverse rappresentazioni di un numero

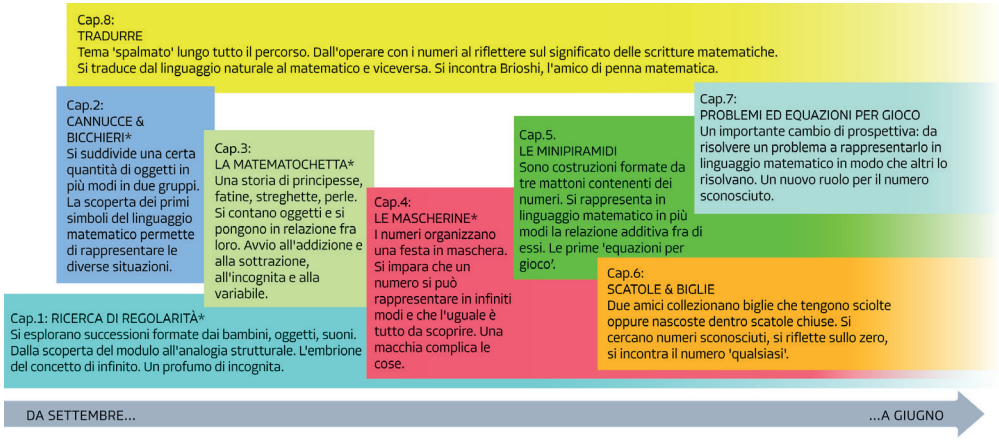
Un numero può essere rappresentato in linguaggio matematico in *infiniti* modi: si parla di rappresentazione canonica e rappresentazioni non canoniche di un numero. È necessario superare la lettura abituale di '5+4=9' come '5 più 4 fa 9' verso quella dell'uguale come relazione fra *due rappresentazioni formalmente differenti dello stesso numero*; nell'esempio: '5+4' come rappresentazione non canonica di 9, e '9' come rappresentazione canonica dello stesso numero. Questo giustificherà la scrittura simmetrica '9=5+4' e permetterà una conquista ulteriore: il termine 'somma' non sarà solo il 'nome del risultato dell'addizione' (9), ma potrà essere riferito anche alla forma non canonica '5+4'. Così, quando l'alunno si troverà di fronte ad una scrittura quale 'a+b', avrà gli strumenti per capire che anche questa, al pari di '5+4', è una 'somma'. Questo ci porta al terzo nodo fondativo.

(c) L'approccio al numero sconosciuto

È necessario spostare l'attenzione dalla familiare operazione *aritmetica* fra due numeri – possibile solo se essi sono conosciuti – alla rappresentazione della *relazione che li collega* che, nel caso di '5+4' e '11-3', è una relazione comunque *additiva* (non esiste, infatti, una relazione 'sottrattiva'). Questo significa che, per rappresentare una relazione additiva fra due numeri, *non è necessario che essi siano noti*: 'la somma fra 6 e un numero che non si conosce' non può essere *calcolata*, ma può essere *rappresentata* in linguaggio matematico, per esempio, nella forma '6+★'. La rappresentazione del numero sconosciuto, introdotta sin dal capitolo 1 sulla ricerca di regolarità, verrà sviluppata con continuità lungo tutto il percorso. Il lettore acquisterà una crescente familiarità con un nuovo ambito concettuale - la dualità risolvere/rappresentare – che lo porterà verso un cambio di prospettiva nel modo di concepire l'impostazione della soluzione dei problemi. Si giungerà così alle equazioni per gioco, alle quali è dedicato il capitolo 7. L'insegnante guiderà verso la *rappresentazione* in linguaggio matematico del problema; la soluzione dell'equazione per gioco, cioè l'individuazione del valore dell'incognita, avverrà nei modi con cui gli alunni avranno maggiore familiarità: il conteggio con l'uso delle dita, il calcolo mentale, una ricerca per tentativi.

I.3 Gli ambienti

Il percorso si sviluppa attraverso una grande varietà di ambienti – otto, a ognuno dei quali è dedicato un capitolo – variamente intrecciati fra loro, proiettati tutti verso lo sviluppo del *pensiero relazionale*. Diamo una sequenza cronologica indicativa dei capitoli (v. figura). L'insegnante vi si atterrà compatibilmente con le sue conoscenze del progetto ArAl, la sua esperienza, la fisionomia della classe. Cercherà autonomamente l'equilibrio fra suoi legittimi timori verso un approccio probabilmente in gran parte sconosciuto, l'inevitabile prudenza e la disponibilità a mettersi in gioco confrontandosi con le sue conoscenze, le sue convinzioni, le sue abitudini. Alcuni capitoli iniziano e si concludono in prima primaria, altri (le aree sfumate) si svilupperanno lungo l'intero quinquennio.



*possono essere presentati a partire dall'inizio dell'anno secondo l'ordine in cui si trovano all'interno del libro;
sono caratterizzati dal coinvolgimento fisico degli alunni che giocano, si muovono, recitano. Introducono alle cifre, ai numeri, ai segni.

La sequenza cronologica delle attività

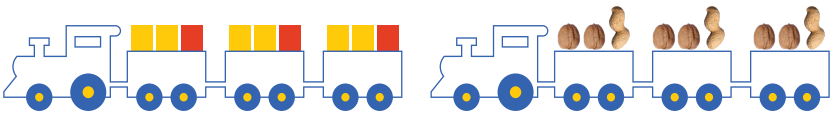
I temi via via esplorati non vanno *aggiunti* alle attività consuete nella prima primaria ma *si integrano con esse*; a questo scopo si invita a valutare la possibilità di ridurre il tempo dedicato ad alcune attività 'classiche' di tipo *procedurale*, come ad esempio l'enfasi data al calcolo e alle operazioni, per favorire quelle di tipo *relazionale*.

Il percorso ingloba opzioni culturali, strategie, spunti che sviluppano conquiste consolidate della ricerca italiana e internazionale sull'educazione matematica, come la didattica per problemi, la ricerca di regolarità e di relazioni, l'approccio graduale alla generalizzazione, l'argomentazione, l'attenzione agli aspetti metacognitivi e metalinguistici.

1 RICERCARE REGOLARITÀ

Una didattica avente la prospettiva di sviluppare il pensiero relazionale porta a costruire, sin dalla prima primaria, l'attitudine a indagare su relazioni e proprietà e su somiglianze e differenze, e la capacità di riflettere su di esse e di argomentarle rappresentandole attraverso il linguaggio naturale. Con questi obiettivi si proporranno successioni formate da bambini, oggetti, disegni.

La ricerca di regolarità è un avvio molto efficace in prima primaria perché, per lo meno nelle sue fasi iniziali, non richiede conoscenze aritmetiche e promuove la curiosità, la creatività, la riflessione. Quando gli alunni, confrontando due 'treni' come questi:



affermano che sono 'quasi uguali' stanno facendo dell'algebra perché individuano in modo naïf *l'analogia strutturale* fra di essi: intuiscono che, in ogni vagone, al posto 1 c'è un elemento, al posto 2 un elemento uguale al primo e al posto 3 un elemento diverso dai due precedenti. Superano il fatto che siano diverse le 'qualità' degli oggetti, e sono colpiti dalle relazioni fra i numeri di posto e gli elementi che li occupano. In tale senso i due treni "sono quasi uguali". In questo modo scoprono analogie, le descrivono a parole e, quando acquistano le competenze per farlo, le rappresentano con un codice (in questo caso sarebbe AAB) avvicinandosi a un embrione di linguaggio formalizzato, a quello che abbiamo chiamato 'profumo' di generalizzazione.

2 RAPPRESENTARE NUMERI E RELAZIONI FRA NUMERI

Gli alunni distribuiscono un certo numero di cannucce nei loro due bicchieri e vengono guidati a riflettere sulle situazioni che scaturiscono da queste azioni:



In un secondo momento rappresentano, attraverso i primi simboli del linguaggio matematico, i numeri di cannucce nei due bicchieri e le relazioni fra essi derivanti dalla distribuzione effettuata. Non operano su due numeri per ottenerne un terzo, ma scom-

pongono un numero di oggetti in gruppi di oggetti (inizialmente due, poi il numero può aumentare) e riflettono sulla nuova situazione che si è determinata. Lo scopo è quello di individuare e rappresentare gradualmente, attraverso i primi simboli del linguaggio matematico, i numeri e le relazioni fra essi derivanti dalla scomposizione di un primo numero.

Nelle situazioni iniziali, quindi, si costruiscono gli embrioni del pensiero *relazionale*: ancora non si imparano le operazioni, non si ottengono risultati.

3 AGGIUNGERE E TOGLIERE QUANTITÀ

Una storia di principesse, fatine, streghette, lanciatori di dadi introduce gli alunni in un ambiente in cui, drammatizzando scene, interpretando situazioni e materiali, confrontando quantità, ponendo domande e cercando di dare spiegazioni, essi maturano le prime competenze nel contare oggetti e nel porli in relazione fra loro, proseguendo e approfondendo il percorso aperto attraverso C&B. Si riflette sulla numerosità degli insiemi di tali oggetti e, ponendo gli oggetti in relazione fra loro, aggiungendo o togliendo, si incontrano gli embrioni dell'addizione e della sottrazione. Si individuano, attraverso il confronto tra materiali opportunamente predisposti, quelli che mostrano *un'analogia strutturale* (concetto già incontrato nel Capitolo 1 Esplorare regolarità), sono cioè rappresentazioni equivalenti della stessa situazione riferite a codici linguistici differenti; ad esempio:



In tutte e tre le tessere si contano quattro oggetti a sinistra e cinque a destra, e sono rappresentabili quindi in linguaggio matematico con la stessa scrittura 4+5. Il gioco si sviluppa verso obiettivi e competenze via via più evoluti; si incontrano, attraverso un dado usato per il gioco (numerato da 0 a 5), i 'profumi' dell'incognita e della variabile.

2. Dei bambini indossano dei cappelli e devono chiamare i loro compagni ad occupare le sedie vuote dopo di loro.
Come continueresti la fila?





Una possibile argomentazione. "Siccome il colore dei cappelli nella fila dei bambini è verde-verde-rosso, verde-verde-rosso, il primo bambino che si siede, dopo quello con il cappello rosso, ha un cappello verde, ecc."
Potrebbero presentarsi delle interferenze fra il genere e il colore del cappello.

(3) Incontro con il termine *modulo*: è molto importante che gli alunni colgano la differenza di significato fra *elemento* (ogni singolo oggetto della successione), *modulo* (l'insieme degli elementi che si ripetono secondo un ordine dato), *successione* (il ripetersi dello stesso modulo in una sequenza infinita). Per favorire l'affinamento del concetto di 'modulo' l'insegnante può ricorrere a varie strategie per evidenziarlo all'interno di una successione: per cominciare, può giocare in aula o in palestra facendo circondare con dei cordoncini colorati i gruppi di bambini che formano i moduli. Può servirsi di foglietti di dimensioni opportune su ognuno dei quali gli alunni pongono un modulo, oppure di un trenino formato da vagoni (scatole o fogli di carta collegati fra loro e facenti capo ad una locomotiva che indica l'inizio del convoglio) ognuno dei quali deve essere caricato allo stesso modo del primo. Se la successione è presentata alla LIM il modulo viene contornato con un segno. È molto efficace anche uno stampino fatto con le verdure.





1. Adele vuole distribuire sei cannucce nei due bicchieri in tutti i modi possibili:



Aiutala facendo lo stesso lavoro con bicchieri e cannucce veri e spiega come fai ad essere sicuro di aver trovato la serie completa delle coppie.

L'alunno scrive ordinatamente la serie completa:

0-6, 1-5, 2-4, 3-3, 4-2, 5-1, 6-0

Può organizzare una tabella come quelle fatte in classe.

2. Giuseppe ha messo disordinatamente sul tavolo queste coppie di bicchieri ma non sa bene come fare per metterle in ordine:

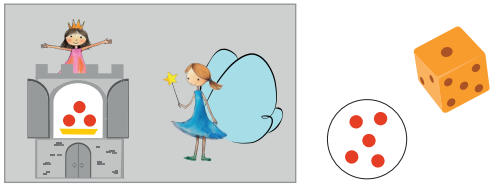
1-5, 4-2, 6-0, 5-1, 2-4, 3-3, 0-6

Aiutalo tu e spiegagli come deve fare.

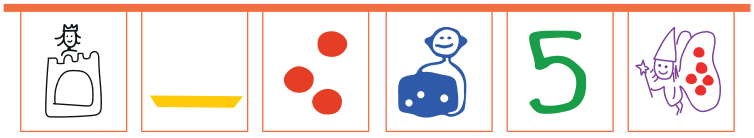
Per esempio: "La prima coppia è quella che ha lo 0 come primo numero di cannucce nel bicchiere a sinistra. Poi continua mettendo la coppia che a sinistra ha 1, poi 2, e così via".
L'alunno concluderebbe ordinando le coppie:

0-6, 1-5, 2-4, 3-3, 4-2, 5-1, 6-0

3. Si mostrano una tessera, un numero di perle e il dado. Si chiede di immaginare la situazione e di descrivere cosa succede:

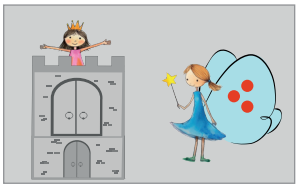


Può essere utile anche in questo caso la sceneggiatura iconica:



"La principessa ha nel vassoio d'oro tre perle. Il dadiere lancia il dado ed esce il 5. La fatina porta sulle ali 5 perle".

4. SFIDA! La finestra del castello è chiusa e non possiamo vedere quante perle ha la principessa. La fatina le regala le perle che porta sulle ali. Quando si sveglia la principessa è felice: "Ora ho ben cinque perle!"
Spiegate come si trova il numero delle perle che aveva la principessa nel vassoio prima di andare a dormire.



Argomentazioni possibili:
- *"La principessa adesso ha 5 perle, la fatina gliene ha portate 3, prima ne aveva 2".*
- *"Abbiamo aggiunto le 3 perle della fatina a quelle che la principessa ha già e siccome ora la principessa ha 5 perle prima ne aveva 2".*

Per aiutare i compagni che non hanno superato la sfida, gli alunni più esperti possono allestire una drammatizzazione della situazione.